

Seminarieuppgifter 3

Diskret matematik, del 2

Problem 1

Beräkna det komplexa talet $\frac{2+4i}{-5+5i}$ på formen $a + ib$ där a och b är i maximalt förkortad form och

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 2

Beräkna beloppet $|z|$ av det komplexa talet $z = (8 + 8i)(-7 + 6i)(9 + 5i)(-5 + 6i)$

$$|z| = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 3

Beräkna beloppet $|z|$ av det komplexa talet $z = \frac{(1+10i)(-7+3i)}{(3+2i)(7+4i)}$

$$|z| = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 4

Beräkna det komplexa konjugatet $\bar{z}$ av det komplexa talet $z = (1 + 4i)(-7 + 2i)$. Ange svaret på formen $a + ib$ där

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 5

Beräkna det komplexa talet $(6 + 7i)(1 + 12i) + (1 + 4i)(1 + 4i)$ på formen $a + ib$ där

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 6

Skriv uttrycket $(1 + 4i)^3$ på formen $a + bi$ där

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 7

Lös ekvationen $z + 6\bar{z} = 5 + 5i$. Lösningen ska vara på formen $a + bi$. Bråk ska ges i förkortad form.

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 8

Bestäm det reella talet a så att $\operatorname{Re}\left(\frac{10-3i}{a+i}\right) = 0$.

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 9

Lös ekvationen för x i $\mathbb{C}$.

$$x^3 - 1 = 0$$

Rötterna är: $\underline{\hspace{3cm}}$

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c). Svaret får innehålla trigonometriska funktioner.

Problem 10

Lös ekvationen för x i $\mathbb{C}$.

$$x^4 + 16i = 0$$

Rötterna är: $\underline{\hspace{3cm}}$

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c). Svaret får innehålla trigonometriska funktioner.

Problem 11

Lös ekvationen för x i $\mathbb{C}$.

$$x^5 = 3\sqrt{3} - 3i$$

Rötterna är: $\underline{\hspace{3cm}}$

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c). Svaret får innehålla trigonometriska funktioner.

Problem 12

Lös ekvationen för z i $\mathbb{C}$.

$$z^2 - (6 + 6i)z - 1 + 18i = 0$$

Rötterna är: $\underline{\hspace{3cm}}$

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c).

OBS: Dubbelrot skrivs två gånger

Problem 13

Faktorisera följande polynom som en produkt av polynom vars koefficienter är heltal och vars koefficienter till högstgradstermerna är positiva.

$$x^2 + (-5)x - 14$$

Faktorerna är: _____

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c).

Multipelfaktorer upprepas lika många gånger som deras multiplicitet t ex skriv $x + 1$ två gånger om det är $(x + 1)^2$.

Problem 14

Faktorisera följande polynom som en produkt av polynom vars koefficienter är heltal och vars koefficienter till högstgradstermerna är positiva.

$$x^4 - 23x^2 - 50$$

Faktorerna är: _____

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c).

Multipelfaktorer upprepas lika många gånger som deras multiplicitet t ex skriv $x + 1$ två gånger om det är $(x + 1)^2$.

Problem 15

Faktorisera följande polynom som en produkt av polynom vars koefficienter är heltal och vars koefficienter till högstgradstermerna är positiva.

$$3x^6 + 3x^4 + x^2 + 1$$

Faktorerna är: _____

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c).

Multipelfaktorer upprepas lika många gånger som deras multiplicitet t ex skriv $x + 1$ två gånger om det är $(x + 1)^2$.

Problem 16

Bestäm kvoten $q(x)$ resten $r(x)$ så att

$$x^3 - (-1) = (x^2 - (-2)x + 1)q(x) + r(x).$$

$$q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$r(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 17

Polynomet $p(x)$ ger resten 1 vid division med $x - 1$ och resten 2 vid division med $x - 6$. Vilken blir resten $r(x)$ vid division med $(x - 1)(x - 6)$? (Svaret får innehålla algebraiska uttryck.)

$$r(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 18

Vad blir resten om $x^{99} + 2x^{98} - 4x^2 - 7x + 2$ delas med $x + 2$? (Oförenklade uttryck är tillåtna.)

$$r(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 19

Faktorisera polynomet så långt som möjligt som en produkt av reella polynom vars högstgradsfaktorerers koefficienter är 1.

$$x^8 + 16$$

Faktorerna är: $\underline{\hspace{2cm}}$

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c).

Multipelfaktorer upprepas lika många gånger som deras multiplicitet t ex skriv $x + 1$ två gånger om det är $(x + 1)^2$.

Problem 20

Lös ekvationen för x i $\mathbb{R}$:

$$x^4 - 10x^3 + 20x^2 + 10x - 21 = 0$$

Placera svar i växande ordning:

$$\underline{\hspace{1cm}} \leq \underline{\hspace{1cm}} \leq \underline{\hspace{1cm}} \leq \underline{\hspace{1cm}}$$

Problem 21

Lös ekvationen för x i $\mathbb{R}$:

$$x^3 - 12x^2 + 16x + 88 = 0$$

Placera svar i växande ordning:

$$\underline{\hspace{1cm}} \leq \underline{\hspace{1cm}} \leq \underline{\hspace{1cm}}$$

Problem 22Lös ekvationen för x i $\mathbb{C}$:

$$x^3 - 6x^2 + 37x - 58 = 0$$

Svar: _____

Skriv svaren i en kommaseparerad lista (t ex: a,b,c).

Problem 23Lös ekvationen för x i $\mathbb{R}$:

$$x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$$

Placera svar i växande ordning:

____ $\leq$ ____ $\leq$ ____