

Seminarieuppgifter 7

Linjär algebra, del 1

Problem 1

Låt $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \\ -4 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -1 & -4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$

Beräkna

$$AB = \begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}$$

Problem 2

Givet att $u = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$.

Beräkna $uu^t = \begin{bmatrix} _ & _ & _ \\ _ & _ & _ \\ _ & _ & _ \end{bmatrix}$ och $u^tu = _$

Problem 3

För matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 3 & a & -5 \\ 3 & 3 & 3 \\ 9 & a^2 & 25 \end{bmatrix}$$

finn alla värden på a så att $\det(A) = 0$.

a kan vara _____ eller _____ eller _____.

Lämna överflödiga svarsrutorna tomma.

Problem 4

Om A och B är 3×3 -matriser, $\det(A) = 5$, $\det(B) = 3$, då är

$\det(AB) = _$,

$\det(-2A) = _$,

$\det(A^T) = _$,

$\det((B^6)^{-1}) = _$,

$\det(B^{10}) = _$.

Problem 5

Lös ekvationssystemet

$$\begin{array}{rcl}
x_1 - 2x_2 + 2x_3 & -4x_5 + 5x_6 & = 1 \\
& -x_4 - 4x_5 + 2x_6 & = -5 \\
x_1 - 2x_2 & + 6x_5 - 9x_6 & = 1 \\
2x_3 - x_4 - 14x_5 + 16x_6 & = -5
\end{array}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \\ _ \end{bmatrix} u.$$

Problem 6

Lös ekvationssystemet

$$\begin{array}{rcl}
-4x + 9y - 3z & = & -13 \\
-8x + 18y - 6z & = & -26
\end{array}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} _ \\ _ \\ _ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} _ \\ _ \\ _ \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} _ \\ _ \\ _ \end{bmatrix} t.$$

Problem 7

Bestäm lösningen till ekvationssystemet

$$\begin{array}{rcl}
x & -y & +z = 4 \\
3x & +5y & -z = 0 \\
2x & -y & -3z = 2
\end{array}$$

$$x = _, y = _, z = _.$$

Problem 8Bestäm ett polynom $f(x)$ av grad tre så att $f(0) = 2$, $f(-1) = 2$, $f(-3) = 32$, $f(3) = -10$.

$$f(x) = _ x^3 + _ x^2 + _ x + _.$$

Problem 9

Avgör om följande ekvationssystem har en entydig lösning, oändligt många lösningar, eller inga lösningar.

- Oändligt många lösningar
- Inga lösningar
- Entydig lösning

$$\begin{array}{rrcr} 24x & + & 24y & - & 18z & = & 6 \\ 8x & + & 8y & - & 6z & = & 2 \end{array}$$

- Oändligt många lösningar
- Inga lösningar
- Entydig lösning

$$\begin{array}{rrcr} 24x & + & 24y & - & 18z & = & 6 \\ 8x & + & 8y & - & 6z & = & 3 \end{array}$$

- Oändligt många lösningar
- Inga lösningar
- Entydig lösning

$$\begin{array}{rrcr} 3x & + & 4y & + & 5z & = & 2 \\ 5x & + & 5y & + & 4z & = & 1 \end{array}$$

Problem 10

Avgör om var och en av följande ekvationssystem har en entydig lösning, oändligt många lösningar, eller inga lösningar.

- Oändligt många lösningar
- Inga lösningar
- Entydig lösning

$$\begin{array}{rcl} -8x & - & 8y = 0 \\ -4x & - & 4y = 0 \\ 12x & + & 12y = 0 \end{array}$$

- Oändligt många lösningar
- Inga lösningar
- Entydig lösning

$$\begin{array}{rcl} -5x & - & 5y = 3 \\ -6x & - & 5y = 2 \\ 7x & + & 5y = -1 \end{array}$$

- Oändligt många lösningar
- Inga lösningar
- Entydig lösning

$$\begin{array}{rcl} -5x & - & 5y = 3 \\ -6x & - & 5y = 2 \\ 7x & + & 5y = 0 \end{array}$$

Problem 11

Bestäm h så att det linjära systemet $Ax = b$ har oändligt många lösningar, där

$$A = \begin{bmatrix} 16 & h \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \text{ och } b = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 12

Bestäm inversen till matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} _ & _ & _ \\ _ & _ & _ \\ _ & _ & _ \end{bmatrix}$$

Problem 13Lös för X .

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} -3 & 8 \\ -6 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -7 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}$$