

Seminarieuppgifter 8

Analys 2, en variabel

Problem 1

Bestäm största och minsta värde för funktionen $\frac{1}{2}x^3 - |1 - 4x|$ på intervallet $[0, 2]$. Ange hur många lokala maxima och minima funktionen har i intervallet (glöm inte intervallets ändpunkter).

Största värde = _____

Minsta värde = _____

Antalet lokala maxima: _____

Antalet lokala minima: _____

Problem 2

Vilket är det största värdet på konstanten a för vilket ekvationen $\arctan x + \ln x - \frac{3}{2}x = a$ har en reell lösning? Svara med Inf för ∞ om ekvationen är lösbar för alla värden på a . Ange även ändpunkterna för det intervall där funktionen i vänsterledet är växande.

SVAR: $\max a =$ _____.

SVAR: Ändpunkter: _____. Ange ditt svar som en lista enligt 1, 2, 3,

Problem 3

Vilket är det minsta värde på a för vilket olikheten $2 \ln x - 4x^2 \leq 2x + a$ är uppfylld för alla $x > 0$?

SVAR: Det minsta möjliga värdet på a är _____

Problem 4

Betrakta mängden av alla trianglar vars sidor utgörs av x - och y -axlarna samt tangenter till kurvan e^{-7x} , $x > 0$. Beräkna den maximala area som en sådan triangel kan ha.

SVAR: Det största möjliga värdet på arean är _____

Problem 5

Beräkna MacLaurin-polynomet av grad 3 till funktionen $\cos(\ln(1 + 3x - 2x^2))$.

Polynomet är ____ + ____ x + ____ x^2 + ____ x^3 .

Problem 6

Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(9x) - 6 \sin x + \arctan(-3x)}{x(\cos(2x) - 1)}.$$

Limes = _____

$$\text{Beräkna gränsvärdet } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2(8x)} - \frac{1}{64 \sin^2 x} \right).$$

Limes = _____

Problem 7

Beräkna $f^{(31)}(0)$ om $f(x) = x^2 \sin(8x)$. Det går bra att svara med numeriska uttryck som inte är uträknade, t ex $17! \cdot 13^{19}$.

$$f^{(31)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 8

Låt $f(x) = \cos(4x) + \ln(1 + 4x) - 1$. Då är $f(x)$ strängt växande på en omgivning av origo och vi kan därför (på denna omgivning) definiera inversen $f^{-1}(y)$. Beräkna MacLaurin-polynomet av grad 2 till $f^{-1}(y)$.

Polynomet är $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} y + \underline{\hspace{1cm}} y^2$.

- SVÅRARE UPPGIFT, kommer ej som bonusuppgift på tentan -

Problem 9

Bestäm en primitiv funktion till funktionen $f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}$

$$F(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 10

Bestäm en primitiv funktion till funktionen $f(x) = \frac{1}{\cos(5x)}$

$$F(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 11

Bestäm en primitiv funktion till funktionen $f(x) = \sin^3 x$

$$F(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 12

Beräkna arean av den rotationsyta som uppstår när kurvan $y = \frac{x^2}{24}$, $0 \leq y \leq 18$,

får rotera runt y -axeln.

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 13

Beräkna längden av kurvan $y = x^2/24 - 3 \ln x$, $3 \leq x \leq 3e$.

$$L = \underline{\hspace{2cm}}$$

Problem 14

Beräkna volymerna av de rotationskroppar som uppstår när det område D i xy -planet som begränsas av x -axeln och kurvan $y = 3x - x^2$, får rotera runt x - respektive y -axlarna.

$$V_x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$V_y = \underline{\hspace{2cm}}$$