

Seminarieuppgifter 9

Linjär algebra, del 2

Problem 1

För vilka reella tal k är vektorerna

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ och } v_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -20 \\ k \end{bmatrix}$$

linjärt oberoende.

Svar: Vektorerna är linjärt oberoende om $k \neq \underline{\hspace{1cm}}$.

Är det omvända påståendet också sant?

- Ja
 - Nej
-

Problem 2

Välj ut två linjärt oberoende vektorer bland u, v, w :

$$u = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Svar: $\underline{\hspace{1cm}}$

(Svara med två av u, v, och w. Separera dina svar med ett kommatecken)

Bestäm en vektor som tillsammans med de två vektorerna från ovan bildar en bas för rummet.

Svar: $\begin{bmatrix} \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} \end{bmatrix}$

Problem 3

Bestäm komponenterna så att de tre vektorerna utgör en ortonormal bas i rummet:

$$\begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.6 \\ __ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ __ \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} __ \\ -0.8 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Problem 4

Antag att $u = (7, 5, 6)$ och $v = (4, 3, 1)$ i en ortonormerad bas i rummet. Bestäm projektionen v_u , eller $\text{proj}_u v$, av v på u .

Svar: $v_u = (__, __, __)$.

Bestäm vinkeln α mellan u och v .

Svar: $\alpha = ______$.

Problem 5

I ett ortonormalt koordinatsystem:

(1) Bestäm arean av parallelogrammen med hörn i $(-2, -4)$, $(-10, -9)$, $(-6, -16)$, och $(-14, -21)$.

Svar: Area = $______$.

(2) Bestäm arean av triangeln med hörn i $(-5, 1)$, $(2, 0)$, och $(-6, 6)$.

Svar: Area = $______$.

Problem 6

En triangel har två av sina hörn i $(2, 0, 7)$, $(0, 2, 7)$, och det tredje på den kurva i rummet som består av alla punkter $(2, 2, a^2 + 7)$, där a är ett reellt tal. Beräkna arean av triangeln som en funktion av a , $f(a)$, och ange var den antar sitt minimala värde (Positivt orienterat ON-system).

Svar: Areal $f(a) = ______$ och det antar sitt minimum då $a = ______$.

- SVÅRARE UPPGIFT, kommer ej som bonusuppgift på tentan -

Problem 7

Fyrhörningen $ABCD$ är en parallelogram. E är mittpunkten på sträckan BC . F ligger på sträckan AD och $|DF| = 9|AF|$. G är skärningspunkten mellan sträckorna AE och BF .

- (a) Uttryck vektorn $\vec{AG}$ som en linjärkombination av vektorerna $\mathbf{u} = \vec{AB}$ och $\mathbf{v} = \vec{AD}$.
- (b) Visa att arean av triangeln AFG alltid utgör samma bråkdel av arean av parallelogrammen $ABCD$, samt bestäm denna bråkdel.

$$\vec{AG} = \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{u} + \underline{\hspace{2cm}} \mathbf{v}.$$

Bråkdelen är $\underline{\hspace{2cm}}$.

(Bråkdelen ska ges i fullständigt förkortad form)

- SVÅRARE UPPGIFT, kommer ej som bonusuppgift på tentan -

Problem 8

Bestäm avståndet mellan linjerna $(x, y, z) = (-8, -7, 0) + t(6, 3, -3)$ och $(x, y, z) = (-8, -6, 1) + t(18, 9, -9)$.

Svar: Avståndet är $\underline{\hspace{2cm}}$.